Calcolare il seguente integrale indefinito :

$$\int \sqrt{1-x^2}\; dx$$

Integrando per parti considerando come fattore finito la quantità $\sqrt{1-x^2}$ mentre come fattore differenziale 1 si ottiene

$$\int \sqrt{1-x^2}\; dx = x\sqrt{1-x^2} - \int x \frac{1}{\underline{2}\sqrt{1-x^2}}(-\underline{2}\,x)\, dx$$ ovvero

$$\int \sqrt{1-x^2}\; dx = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{-x^2}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$$

Sommando e sottraendo 1 al numeratore della funzione integranda del secondo integrale si ottiene

$$\int \sqrt{1-x^2}\; dx = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{1-x^2-1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$$

Quindi dividendo $1-x^2-1$ per $\sqrt{1-x^2}$ si ottiene

$$\int \sqrt{1-x^2}\; dx = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}}\, dx + \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$$

$$\int \sqrt{1-x^2}\; dx = x\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{\frac{(1-x^2)^{\underline{2}}}{\underline{1-x^2}}}\; dx + \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$$

$$\int \sqrt{1-x^2}\; dx = x\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{1-x^2}\; dx + \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$$

$$2\int \sqrt{1-x^2}\; dx = x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$$

$$2\int \sqrt{1-x^2}\; dx = x\sqrt{1-x^2} + \mathrm{Arcsen}(x)$$ quindi in conclusione

$$\int \sqrt{1-x^2}\; dx = \frac{x}{2}\sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2}\mathrm{Arcsen}(x) + c$$